

УДК 658.5.015.23:681.5.015.24

DOI <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2024.3.1/16>

**Кондратець В.О.**

Центральноукраїнський національний технічний університет

**Сербул О.М.**

Центральноукраїнський національний технічний університет

**Мацуї А.М.**

Центральноукраїнський національний технічний університет

**Ярмоленко В.В.**

Центральноукраїнський національний технічний університет

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТЕРЖНЕВОГО МОЛОЛЬНОГО ЗАВАНТАЖЕННЯ БАРАБАННОГО МЛИНА В КАСКАДНОМУ РЕЖИМІ ПОДРІБНЕННЯ РУДИ**

*Встановлено, що рух стержнів при роботі барабанного млина в каскадному режимі системно практично не вивчався. Приведені основні параметри, характеристики і особливості стержневих барабанних млинів. Моделювання виконано в межах розробки теми «Оптимізація продуктивності стержневих млинів розімкнутого циклу по руді і готовому продукту при мінімальних енергетичних і матеріальних перевитратах», яка є складовою наукової тематики Центральноукраїнського національного технічного університету. Тема статті актуальна. Метою роботи є математичне моделювання стержневого молольного завантаження барабанного млина в каскадному режимі подрібнення руди з встановленням розташування стержнів у поперечному перерізі, закономірностей їх руху, кутів природного ухилу, особливостей спрацювання вздовж барабана. Використані методи аналізу, порівняння, математичного моделювання, теорії подрібнення руди в кульових і стержневих млинах, методи теорії спрацювання металевих тіл при взаємодії з незакріпленим абразивом, методи кінетики подрібнення руди. Базою був стержневий млин МСЦ-35-55, який використовують на потужних залізрудних збагачувальних фабриках. Для такого млина найбільш характерним є каскадний режим роботи. Для такого і наближеного до нього режиму обертів барабана розглянуто розташування стержнів оптимального завантаження з трьох діаметрів різної величини. Розглянуті реалізації способів руйнування руди при каскадному переміщенні стержнів. Отримані моделі поперечних перерізів геометричних фігур з стержнів трьох діаметрів, що дало можливість встановити кути їх природного ухилу. Кути природного ухилу стержнів однакового діаметра дорівнюють  $60^\circ$  і не залежать від даного параметра. Встановлено механізм розпушення стержнів в процесі руху вздовж прямої ділянки траєкторії, нахиленої під кутом, близьким до кута природного ухилу молольних тіл. Здійснено виробничі дослідження стержневих млинів при подрібненні трьох характерних за міцністю технологічних різновидів руд з різною середньозваженою крупністю і незмінною рудною продуктивністю технологічного агрегату 190 т/год. Розглянута кінетика подрібнення такого матеріалу. Встановлено три зони інтенсивності подрібнення руди. В першій зоні подрібнюється сама крупна руда, в другій – середня, а в третій сама дрібна. В першій зоні відбувається одношарове подрібнення руди, у другій – в півтора – два з половиною шара, а в третій зоні здійснюється двох – п'ятишарове подрібнення. Показано, що в одношаровому подрібненні буде саме ефективно руйнування шматків руди і найбільше спрацювання стержнів в наслідок більших зусиль, прикладених стержнем в конкретній точці взаємодії з абразивом. Якщо при перекочуванні стержня між ним і металевою основою буде більше одного шару абразиву, ефект подрібнення і зносу молольних тіл зменшується. Ще меншими будуть ці ефекти у випадку значної кількості шарів абразиву. Тому в процесі подрібнення руди циліндричні стержні перетворюються в конічні і це необхідно враховувати. Поставлена мета досліджень досягнена.*

**Ключові слова:** стержневе молольне завантаження, каскадний режим, моделювання, кут природного ухилу, розпушення, конічність стержнів.

**Постановка проблеми.** Україна виробляє значну кількість залізорудної сировини для чорної металургії. Неухильне зменшення запасів багатих залізних руд з другої половини минулого століття привело до вироблення все більшої частки залізорудної сировини з бідних залізних руд шляхом їх збагачення. Такі процеси здійснюються в основному на магнітозбагачувальних фабриках, де вихідна руда подрібнюється до розкриття вкраплин корисного компонента. Особливо великі витрати при подрібненні вихідної руди здійснюються у перших стадіях. Це стосується електроенергії, металевих куль і футерівки. Перевитрати цих складових приводять до здорожчання кінцевої продукції – концентрата, що негативно впливає на стан економіки і України на міжнародному ринку даної продукції. Особливо складана ситуація складається при подрібненні міцних руд, де у відкритому циклі використовують стержневі млини, які достатньо складно обслуговувати порівняно з кульовими технологічними агрегатами. Складність полягає в тому, що стержні у млин дозавантажують при зупинці технологічного агрегату за допомогою кранів або спеціальних завантажувальних пристроїв молольними тілами різних діаметрів. На момент зупинки кількості стержнів і розміри їх діаметрів невідомі, що підвищує трудомісткість виконання даної роботи. Ускладнює обслуговування стержневих млинів і невизначеність руху молольного середовища, його спрацювання та необхідність перекласифікації стержнів через кожні 10 діб. Невирішеність даних завдань потребує проведення теоретичного моделювання стержневого молольного завантаження барабанного млина в каскадному режимі подрібнення руди. Це складає актуальність даної публікації. Дана робота виконана в межах тематики наукових досліджень Центральноукраїнського національного технічного університету за темою «Оптимізація продуктивності стержневих млинів розімкнутого циклу по руді і готовому продукту при мінімальних енергетичних і матеріальних перевитратах» (реєстраційний номер 0123U102622).

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Стержневі млини досліджені порівняно мало, хоч з середини 60-х років минулого століття практично розв'язані основні задачі їх конструювання. Нині розроблений стержневий млин МСЦ-4500×6000, який досяг граничних розмірів для цих технологічних агрегатів. Зважаючи на відносно великий діаметр розвантажувальної горловини в барабанних стержневих млинах звичайно не виконують люків. В Україні в 1969 р.

вчені Дніпропетровського гірничого інституту О.М. Марюта і В.О. Бунько запропонували методику визначення статичних і регулювальних характеристик стержневих млинів, що працюють у відкритому циклі. В подальшому в основному науково-дослідні роботи спрямовуються в напрямку розробки гумової футерівки, однак стійких позитивних результатів для млинів першої стадії подрібнення руди поки що не досягнено. В роботі [1] описані конструкції стержневого млина, завиткових живильників і футерівки. Приведені базові параметри технологічного агрегату. Крім цього розглянута схема руху подрібнюючих тіл в каскадному режимі роботи.

Математичне моделювання базових параметрів стержневого завантаження циліндричних млинів як керованих об'єктів [2] показало, що звичайно використовують багаторозмірне стержневе завантаження. В усталеному каскадному режимі роботи в центральній зоні зосереджуються стержні самого крупного розміру. В поперечному перерізі, поступово зменшуючись у діаметрі, з охопленням навколишнього простору розташовуються дрібніші молольні тіла. Периферійну область створюють стержні самого найменшого діаметра, притискаючись до внутрішньої поверхні барабана і охоплюючи все молольне завантаження. Зони однорозмірних молольних тіл в поперечному перерізі достатньо обширні, що дозволяє розглядати різнорозмірне стержневе завантаження як одне ціле. Встановлено, що в стержневому молольному середовищі розміщується 21,5 % об'єму руди. У кульовому однорозмірному завантаженні цей показник дещо вищий і складає 26 %, однак його складно утримувати в процесі експлуатації. Доведено, що імпульс ударного стиснення в стержневому завантаженні складає 14,026, що на 28,3 % вище порівняно з найкращим показником кульових технологічних агрегатів. Стержневий млин, виконуючи крупне, середнє і дрібне подрібнення руди, одночасно здійснює класифікацію за крупністю, що гарантує високу якість подрібнення і рівномірність середньозваженої крупності матеріалу у розвантаженні. Ще одним кроком покращення функціонування стержневих млинів, що працюють у відкритому циклі, може бути реалізація запропонованих заходів удосконалення рудного живлення, викладених в [3].

Отже, з розглянутого видно, що рух стержнів при роботі барабанного млина в каскадному режимі системно практично не досліджувався. Оскільки від нього залежить ефективність подрібнення руди, то слід виконати математичне

моделювання даних процесів і встановити основні закономірності переміщення стержнів в каскадному режимі, механізми руйнування часток руди на різних ділянках руху та спрацювання молольних тіл вздовж барабана.

**Постановка завдання.** Метою дослідження є математичне моделювання стержневого молольного завантаження барабанного млина в каскадному режимі подрібнення руди, в результаті якого встановити розташування стержнів за розміром в поперечному перерізі барабана, закономірності їх руху на різних ділянках траєкторії, кути природного ухилу стержнів різних діаметрів і закономірності спрацювання молольних тіл вздовж барабана.

**Виклад основного матеріалу.** Стержневі барабанні млини досягли своїх найбільших розмірів, які в подальшому не будуть збільшуватись, оскільки при зростанні довжини стержні втрачають жорсткість, а їх вільний політ може приводити до перекосів і аварійної зупинки технологічного агрегату. В Україні діаметр барабана таких млинів складає 4,5 м, а його довжина – 6 м. В далекому зарубіжжі найбільші стержневі млини мають діаметр 4,6 м, а довжину 6,7 м.

Молольне завантаження в залежності від крупності вихідної руди формують зі стержнів діаметром від 45...50 мм до 100 мм. Однак, є дані, що можуть використовуватися стержні діаметром і до 125 мм. Здебільшого стержневе завантаження складають зі стержнів одного діаметра. Практикою доведено, що багаторозмірне стержневе завантаження барабанних млинів, наприклад, складене з молольних тіл трьох діаметрів, забезпечує вищі показники подрібнення руди порівняно з однорозмірним завантаженням. На відміну від кульових млинів, поздовжня сегрегація у стержневих млинах відбуватися не може.

Футерівка стержневих млинів виконується хвилястою. Даний профіль запобігає прослизанню молольного завантаження порівняно з гладким, циліндричним. У стержневих млинах використовують сталеву футерівку, її спрацювання може бути в межах 0,3...0,6 кг на тану подрібненої руди. Слугує сталева футерівка 6...8 місяців.

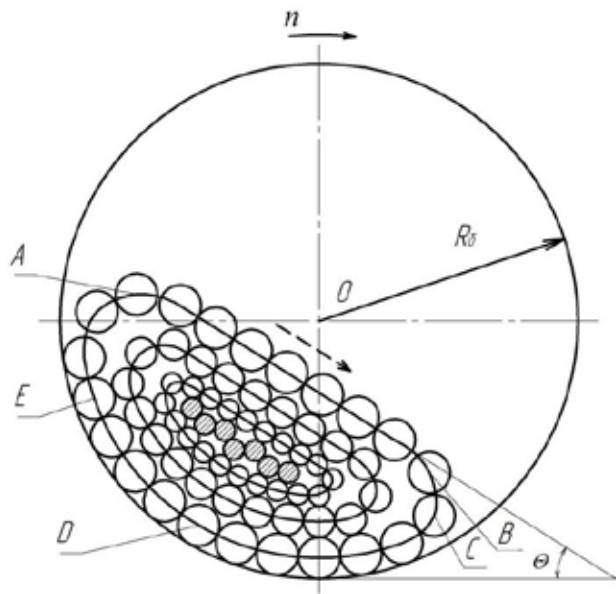
Стержневі барабанні млини подрібнюють вихідну руду в основному від 25 до 2 мм, однак бувають і інші варіанти. Характерною ознакою стержневих млинів є те, що вони, порівняно з кульовими, подрібнюють руду більш рівномірно. Це досягається завдяки тому, що крупні шматки руди розташовуються вздовж стержнів по лінії і при дії іншого стержня в першу чергу

руйнуються самі крупні куски, а більш дрібніші залишаються практично цілими. Тобто, у стержневному млині створюються сприятливі умови подрібнення в першу чергу крупних кусків руди, що ефективно вирівнює крупність твердого в його розвантаженні.

Для стержневих млинів найбільш сприятливим є каскадний режим, оскільки при змішаному та водоспадному режимі вільний політ стержнів може приводити до втрати паралельного переміщення молольних тіл при обертанні барабана, що часто приводить до аварійних ситуацій і зупинки технологічного агрегату. З іншого боку, каскадний режим руху млина дозволяє отримати більш тонке подрібнення в наслідок того, що руда подрібнюється в основному роздавлюванням і розтиранням [1]. Кульові млини в основному працюють у змішаному і водоспадному режимах. Кульові млини в каскадному режимі застосовують при сухому і мокрому подрібненні неміцних матеріалів в цементній галузі та підготовці пилувугільного палива на теплових електростанціях [1].

У монографії [1] дається практично близьке визначення каскадного режиму роботи барабанних млинів. Каскадний режим руху подрібнювальних тіл приведено на рис. 1. Він реалізується при малій частоті обертання барабана від 0,5 до 0,6 критичної та характеризується перекошуванням подрібнювальних тіл без їх польоту. У сталому каскадному режимі подрібнювальне середовище повертається на певний кут  $\Theta$  у бік обертання і залишається в цьому положенні. Подрібнювальні тіла безупинно циркулюють усередині барабана по замкненим траєкторіям. Криволінійна поверхня природного ухилу молольних тіл достатньо наближена до площини  $AB$ , яка нахилена під кутом  $\Theta$  до горизонту. Цей кут дещо перевищує кут природного ухилу молольних тіл. При циркуляції молольні тіла піднімаються по коловим траєкторіям  $CDE$  на певну висоту і потім скочуються «каскадом» рівнобіжними паралельними шарами вниз від точки  $A$  до точки  $C$ . У центральній частині подрібнювального середовища утворюється малорухома зона, в якій стержні заштриховані (рис. 1). Її звичайно називають «ядром». Навколо нього по замкненим неперервним траєкторіям циркулюють молольні тіла. Подрібнення матеріалу здійснюється стиранням і роздавлюванням.

Поняття «ядра» внесено О.М. Марютою в запропонованій ним моделі руху молольних тіл у барабанному млині. Її суть зводиться до наступного. В процесі обертання барабана частина внутрішньомлинового завантаження рухається по



**Рис. 1. Схема руху стержнів у каскадному режимі роботи барабанного млина:**

$R_0$  – внутрішній радіус барабана;  $n$  – швидкість обертання барабана;  $\Theta$  – кут, що дещо перевищує кут природного ухилу

коловим траєкторіям разом з барабаном, інша частина переміщується по траєкторіям польоту або сповзання.

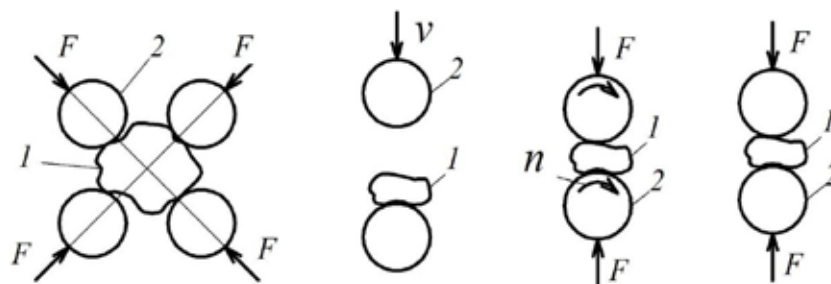
В центрі завантаження створюється формування, яке автор назвав центральним малорухомих ядром. Молольні засоби в ньому рухаються з невеликою швидкістю відносно зовнішніх рухомих шарів завантаження. Джерелом енергії тут є шари завантаження, які рухаються спільно з внутрішньою поверхнею барабана за рахунок фрикційного контакту.

У розглянутому визначенні каскадного режиму роботи барабанного млина акцентується увага на те, що подрібнювальні тіла в процесі каскадного руху перекочуються, в центральному малорухомих ядрі вони рухаються з порівняно невеликою

швидкістю, а навколо нього безупинно циркулюють по замкнених траєкторіям, при чому криволінійна поверхня природного ухилу молільних тіл дещо перевищує кут вільного їх скокування. Це характеризує рух молільного середовища в каскадному режимі.

Дослідження руху молільних тіл в барабанних млинах в основному розглядалося на прикладі куль. Однак з розглянутого можливо легко зробити висновок, що аналогічно кулям будуть рухатися і стержні. Відмінність звичайно полягає в тому, що кульове завантаження має як поперечну так і поздовжню сегрегацію. Це в певній мірі спрощує розгляд стержневого завантаження барабанних млинів. Для каскадного режиму руху куль прийнято відмічати, що подрібнення руди здійснюється стиранням і роздавллюванням, однак це не зовсім так. Реалізація способів подрібнення руди при каскадному режимі руху стержнів показана на рис. 2. З нього видно, що тут задіяні чотири способи руйнування руди. На рис. 2, а приведено варіант подрібнення руди частковим різноспрямованим роздавллюванням, який реалізується в зоні руху куль по коловим траєкторіям (рис. 1). Зрозуміло, що продуктивність такого подрібнення порівняно мала. Подрібнення ударною дією показано на рис. 2, б, яке виникає при спусканні стержнів в каскадному русі по криволінійній стержневій поверхні. Масштаб такого руйнування шматків руди також порівняно незначний. Подрібнення стиранням (рис. 2, в) здійснюється в процесі спуску стержнів у сусідніх шарах, які скокуються зі швидкістю обертання  $n$ . У випадках, коли вертикальні складові сили  $F$  з боку стержнів співпадають і між ними знаходиться руда (рис. 2, г), то вона руйнується вертикальним роздавллюванням. Продуктивності подрібнення руди двома останніми способами є визначальними.

З визначення каскадного режиму роботи барабанного млина слідує, що стержні каскадом



**Рис. 2. Реалізація способів подрібнення руди при каскадному режимі руху стержнів:**

1 – кусок руди; 2 – стержень;  $F$  – прикладена сила;  $v$  – швидкість руху стержня;  $n$  – швидкість обертання стержня; а – часткове різноспрямоване роздавллювання; б – руйнування ударом; в – подрібнення стиранням; г – вертикальне роздавллювання

рівнобіжними шарами скочуються вниз по криволінійній поверхні, яка розташована під кутом, близьким до кута природного укосу, однак дані кути ніхто не вивчав. У барабанному млині стержні мають різний діаметр і розташовуються у певному порядку за цією ознакою. У окремих траєкторіях руху знаходяться стержні з наближено однаковим діаметром. В залежності від порядку розстановки стержнів за величиною діаметра в зоні каскадного руху спостерігається ряд траєкторій у вигляді нахилених прямих, відповідно яким перекочуються стержні з різними діаметрами у розпушеному стані. Характер руху буде визначатись кутом природного ухилу стержнів. Конкретно дати відповідь на це питання можливо дослідивши кути природного ухилу циліндричних стержнів різних діаметрів. Моделі поперечних перерізів геометричних фігур з стержнів різних діаметрів приведені на рис. 3. З нього спостерігається криволінійність площин, по яким рухаються в каскадному режимі стержні, та кути природного ухилу. З рис. 3 видно, що не залежно від величини діаметрів стержнів в межах 125 мм, 95 мм і 65 мм кут природного ухилу стержнів є незмінним і дорівнює  $60^\circ$ . Тому можливо стверджувати, що траєкторії руху стержнів різних діаметрів в каскадному процесі будуть являти собою нахилені під кутом природного ухилу паралельні прямі.

Механізм «кипіння» або розрихлення стержнів в процесі руху вздовж прямої ділянки траєкторії під кутом  $60^\circ$  показано на рис. 4. З рис. 4 видно, що перший шар стержнів перекочується у відповідності з нанесеними стрілками. Зверху таким же чином рухається другий стержневий шар. Кожен з стержнів в русі провалюється у борозди між стержнями нижнього шару. При цьому відбувається удар і підйом стержня другого шару. Він перебуває вище нормальної траєкторії його руху з наступним опусканням на неї. Після цього цикл повторюється. Таким чином рухаються усі стержні другого шару. Тобто, вони пульсують або «киплять» (розпушуються). Такі ж процеси відбуваються у всіх верхніх рухомих шарах стержнів. При цьому руйнування руди відбувається ударом, роздавлюванням і стиранням. Як видно, стирання руди відбувається зустрічними обертливими рухами стержнів у сусідніх шарах.

Стержні в барабанний млин завантажують обсягом 35–45 % об'єму барабана. Щільність стержневого завантаження в каскадному режимі роботи у будь-яких точках поперечного перерізу однакова. Це пояснюється розташуванням в окремих зонах подрібнення стержнів з наближено

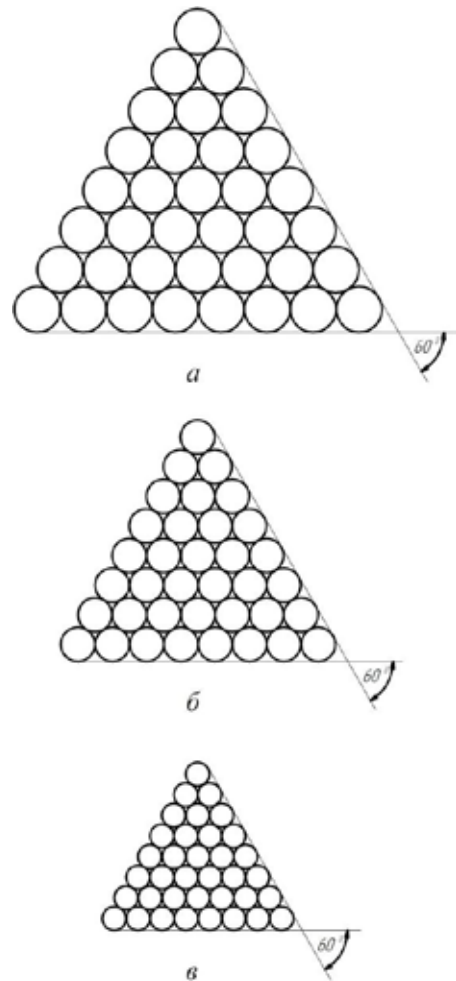


Рис. 3. Моделі поперечних перерізів геометричних фігур з стержнів діаметром 125 мм (а), 90 мм (б) та 65 мм (в)

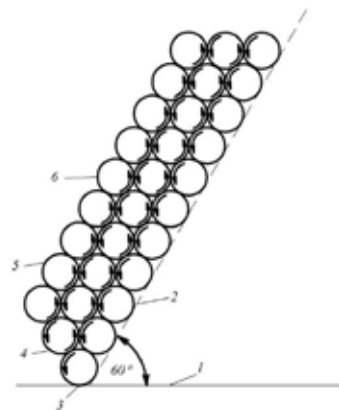
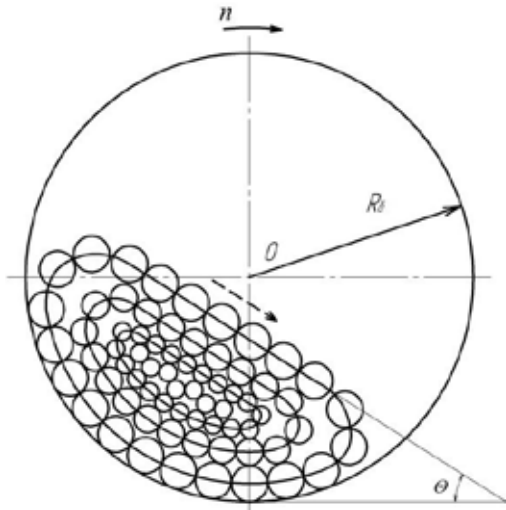


Рис. 4. Механізм «кипіння» або розпушення стержнів в процесі руху вздовж прямої ділянки траєкторії, нахиленої під кутом природного ухилу молотильних тіл:

1 – горизонтальна пряма; 2 – уявна лінія природного ухилу однорозмірних стержнів; 3 – перший шар рухомих стержнів; 4 – другий шар рухомих стержнів; 5 – третій шар рухомих стержнів; 6 – стержень;  $60^\circ$  – кут природного ухилу однорозмірних стержнів

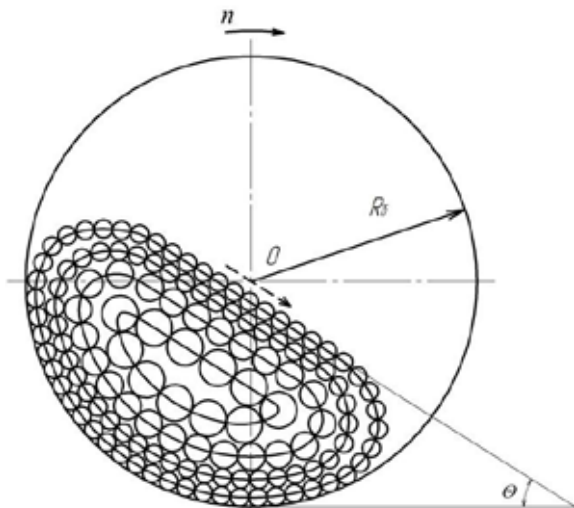
однаковим діаметром, де відношення площі повітряних проміжків до площі сталі однакове, або об'єм пустот складає 21,5 %, а об'єм стержневої сталі – 78,5 % [2].

Проблему складає різна зносостійкість молоткового середовища в залежності від його крупності. Така ж ситуація зберігається і щодо закономірнос-



**Рис. 5. Схема руху стержнів відповідно моделі Д.К. Крюкова у каскадному режимі роботи барабанного млина при обертах, значно менших 0,5 критичного значення:**

$R_0$  – внутрішній радіус барабана;  $n$  – швидкість обертання барабана;  $\Theta$  – кут, що дещо перевищує кут природного ухилу



**Рис. 6. Схема руху стержнів відповідно моделі Д.К. Крюкова у каскадному режимі роботи барабанного млина при обертах барабана 0,5-0,6 критичного значення:**

$R_0$  – внутрішній радіус барабана;  $n$  – швидкість обертання барабана;  $\Theta$  – кут, що дещо перевищує кут природного ухилу

тей розташування стержнів різних діаметрів при каскадному режимі роботи барабанного млина. Найбільш повно висвітлені ці питання в моделі професора Дніпропетровського гірничого інституту Д.К. Крюкова, яка є найбільш повною і затребуваною. Сутність даної моделі опублікована в ряді робіт. З неї слідує, що в усталеному режимі роботи млина кульове завантаження складається з суміші куль різного діаметра. В процесі експлуатації внаслідок особливостей механіки внутрішньомлинового завантаження спостерігається поперечна і поздовжня сегрегація куль за крупністю. При невеликих швидкостях обертання барабана дрібні кулі зосереджуються у середніх частинах його поперечного перерізу. У каскадному режимі роботи дрібні кулі відхиляються до стінок барабана, а крупні накопичуються в центральних зонах. Поздовжня сегрегація полягає в тому, що крупні кулі зосереджуються біля розвантажувального кінця барабана.

Стержневі млини у такому спрямуванні практично не досліджувалися, однак, розглядаючи розташування куль за крупністю і умовно їх об'єднуючи вздовж барабана, приходимо до висновку, що в поперечному перерізі кульове і стержневе завантаження співпадають. Отже, стержневе завантаження за крупністю буде розташовуватись аналогічно кульовому. Це дозволяє досліджувати поведінку стержневого завантаження в каскадному режимі роботи барабанного млина відповідно моделі Д.К. Крюкова, як це показано на рис. 5 і рис. 6.

Виходячи з викладеного, доцільно розглянути обидва варіанти розташування стержнів у барабанному млині, відмічених у моделі Д.К. Крюкова.

Каскадний режим руху барабанного млина дозволяє отримати більш тонке подрібнення руди, оскільки вихідний продукт руйнується в основному шляхом роздушування і розтирання стержнями, які перекочуються. За даними ряду авторів каскадний режим характеризується підвищеним спрацюванням футерівки. Стержні в каскадному режимі спрацьовуються більш інтенсивно порівняно з футерівкою. Відомо, що витрата куль на тону подрібнюваної руди не стійка, оскільки зв'язана з продуктивністю млина, яка залежить від властивостей руди. Більш стійкою є витрата куль, віднесена до одиниці енергії, яка витрачена на подрібнення руди. Витрата стержнів на подрібнення однієї тони руди складає від 0,1 до 1 кг. Дослідним шляхом доведено, що спрацювання куль пропорціональне корисно витраченій енергії. Відповідно виробничим даним, середня витрата

сталевих куль складає 0,091 кг, а витрата стержнів – 0,12 кг на 1 кВт.г корисної енергії. Важливим є вивчення зносостійкості стержнів різних діаметрів, оскільки на це питання конкретної відповіді поки що не існує. Перекласифікацію та довантаження стержневого завантаження здійснюють у відповідності з технологічними інструкціями підприємства. Важливою задачею є підтримання номінального стержневого завантаження в процесі експлуатації.

Необхідно рахуватися зі зносостійкістю стержнів і вздовж барабана млина. Дослідимо це на прикладі однієї з збагачувальних фабрик України, де використовують стержневий млин МСЦ 3,5×5,5, в якому стержні діаметром 100 мм, масою 120 т займають 40 % обсягу барабана. Як показано в роботі [2], при однорозмірному стержневому завантаженні об'єм проміжків між молотковими тілами складає 21,5 %, а об'єм сталі – 78,5 %. Густина пульпи у розвантаженні стержневого млина підтримується на рівні 2,50–2,60 т/м<sup>3</sup>, що відповідає 84–86 % твердого. Стержневий млин на вході отримує з неперервною і незмінною продуктивністю вихідну руду певного технологічного різномірного з практично незмінною середньозваженою крупністю, а на виході розвантажує подрібнений матеріал певної середньозваженої крупності [3]. У виробничих випробуваннях вихідну руду на вході стержневого млина змінювали. Одна з реалізацій таких експериментів за крупністю і твердістю приведена в табл. 1. Рудна продуктивність на вході стержневого млина підтримувалася на рівні 190 т/год. Як видно з табл. 1, при незмінній продуктивності стержневого млина і різних середньозважених крупностях вихідної руди отримані різні кінцеві середньозважені крупності розвантаження, що визначається міцністю руди. Так, при самій вищій середньозваженій крупності руди 10,44 мм у першому випробуванні, отримано найдрібніший продукт у розвантаженні –

0,953 мм. Це відповідає самій легкоподрібнюваній руді родовища. Середня за міцністю руда була у другому випробуванні. У третьому випробуванні була сама міцна руда родовища.

Вихідна руда в стержневому млині при пересуванні вздовж барабана неперервно зменшує свій розмір у відповідності з кінетикою подрібнення. Зміна середньозваженої крупності руди вздовж барабана млина при подрібненні описується рівнянням кінетики [2]:

$$d_{cp} = \frac{d_{cp1}}{\frac{d_{cp1} - d_{cp2}}{d_{cp2}} \cdot \frac{X}{L_6} + 1}, \quad (1)$$

де  $d_{cp1}$ ,  $d_{cp2}$  – відповідно середньозважені крупності руди у завантаженні і розвантаженні млина;  $L_6$  – довжина барабана;  $X$  – координата вздовж осі барабана, яка для млина МСЦ 3,55,5 змінюється від 0 до 5,5 м;  $d_{cp}$  – ордината залежності, середньозважена крупність твердого вздовж осі барабана млина.

Залежності зміни середньозваженого розміру руди вздовж барабана стержневого млина МСЦ 3,5×5,5 відповідно виразу (1) і даним табл. 1 приведені на рис. 7. З рис. 7 видно, що для будь-якої подрібнюваності руди її середньозважена крупність плавно зменшується з найбільшого до найменшого значення. Найбільша крутизна зміни залежності характерна для легкоподрібнюваних руд. Крутизна зміни крупності в процесі подрібнення зменшується по мірі зростання міцності руди. Умовно можливо виокремити три зони інтенсивності подрібнення руди. У самій короткій зоні I довжиною наближено 1 м відбувається інтенсивне руйнування крупної руди. В більш широкій зоні II наближено від 1 до 3 м інтенсивність руйнування твердого відчутна, але значно менша порівняно з зоною I і значно вища, ніж в зоні III. Тобто, це перехідна зона. В III-й зоні руйнування руди

Таблиця 1

Склад продуктів на вході і виході стержневого млина в промислових експериментах, %

Клас крупності, %, середньозважена крупність $d_{cp}$ , мм	+20	+15	+10	+5	+3	+2	+0,8	+0,5	+0,3	+0,16	+0,07	+0,056	- 0,056	$d_{cp}$ , мм
на вході стержневого млина														
Випробування 1	15,1	9,5	23,6	24,6	10,4	3,7	4,0	0,9	2,8	2,0	0,7	0,1	2,6	10,44
Випробування 2	7,2	13,4	21,4	24,1	14,4	5,3	3,9	1,4	1,8	1,7	1,2	0,2	4,0	9,23
Випробування 3	9,6	11,3	22,9	23,8	12,2	4,6	4,7	1,4	2,0	1,6	1,6	0,3	4,0	7,32
на виході стержневого млина														
Випробування 1	-	-	-	1,5	2,2	12,5	21,7	8,4	10,6	10,2	7,3	1,0	24,6	0,953
Випробування 2	-	-	-	3,5	14,4	22,7	15,2	6,5	7,0	5,7	5,0	1,1	18,9	1,714
Випробування 3	-	-	0,2	7,6	31,6	13,4	12,3	4,5	5,8	5,3	4,6	0,7	14,0	2,440

відбувається практично по лінійній залежності з низькою інтенсивністю і на самій великій відстані для будь-якої руди. Отже, можливо стверджувати, що в зоні I здійснюється подрібнення крупної руди, в зоні II – руди середньої крупності, а в зоні III – дрібної руди.

Розглянемо, як це впливає на спрацювання стержнів вздовж барабана млина на даних приведеного промислового прикладу. Відповідно даним млина МСЦ 3,5×5,5 його стержневого і рудного завантаження, методом застиглому експерименту отримана товщина шару суцільної (не подрібненої) руди на бічній поверхні стержневого молоткового завантаження, яке складає 4,14 мм при усталеній продуктивності 190 т/год.

Умовно перетворимо суцільний шар руди в однорозмірні кульки, враховуючи, що в ньому буде 26 % пустот [4]. Таке перетворення показує, що товщина шару кульового матеріалу на бічній поверхні стержневого молоткового завантаження складе замість 4,14 мм 5,595 мм. Такий розпушений шар подрібненого матеріалу дозволяє оцінити умови подрібнення руди в стержневому млині вздовж барабана. Результати аналізу приве-

дені в табл. 2, де перша колонка в зоні відповідає легкоподрібнюваній руді 1, друга – руді середньої міцності 2, третя – міцній руді 3.

Середнє значення крупності часток руди визначається відповідно кривим рис. 7 в середині конкретної зони подрібнення руди, тобто 0,5 м, 2 м і 4,25 м. Середнє значення кількості шарів визначається як відношення товщини загального шару розпушеного матеріалу до діаметра подрібненого твердого в даній зоні.

З даних табл. 2 видно, що кількість шарів розпушеного матеріалу вздовж барабана зростає.

В процесі подрібнення руди стержні млинів спрацьовуються. Особливо помітні втрати металу при подрібненні міцного абразивного матеріалу. При цьому на поверхні тертя з'являються царапини та ямки різної глибини, форми й орієнтації. Фізико-механічні властивості абразивів обумовлені структурно-текстурними особливостями, віком, генезисом, умовами деформування, наявністю внутрішніх дефектів, неоднорідністю. Існує залежність граничного рівня зростання інтенсивності спрацювання сталей за рахунок зміни твердості абразиву. При порівняно низьких рівнях навантаження, притаманних стержневим

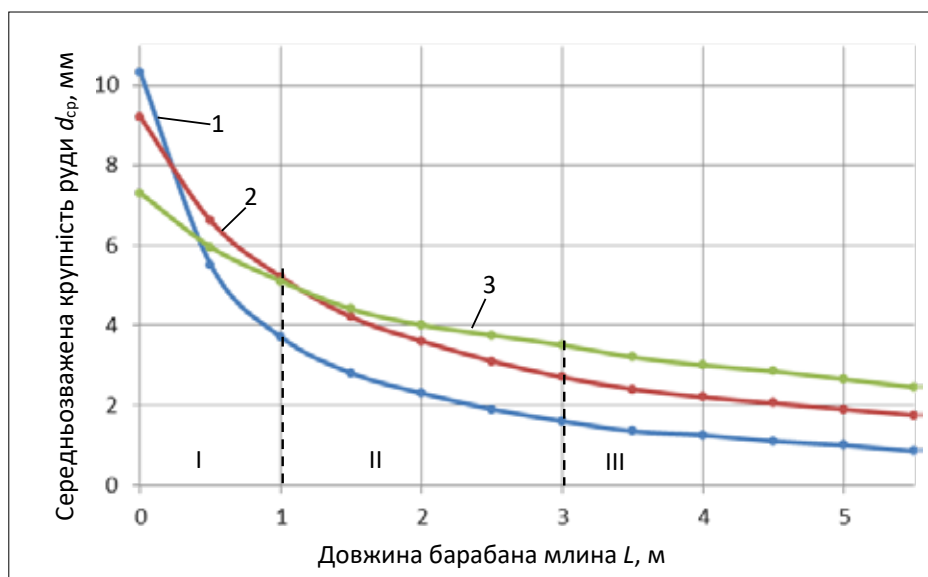


Рис. 7. Залежність середньозваженого розміру руди вздовж барабана стержневого млина МСЦ 3,5×5,5: 1 – легкоподрібнювана руда; 2 – руда середньої міцності; 3 – міцна руда

Таблиця 2

Особливості подрібнення руди вздовж барабана стержневого млина

Зони подрібнення руди	I			II			III		
Середнє значення середньозваженого розміру часток руди $d_c$ , мм	5,5	6,5	6,0	2,25	3,60	4,0	1,15	2,10	2,90
Середнє значення кількості шарів матеріалу даної крупності в загальному розпушеному шарі, шт.	1,0	0,86	0,93	2,50	1,55	1,40	4,86	2,66	1,93



млинам, різниця зносостійкостей різних металів незмінна.

В умовах тертя кочення по абразиву рівень зовнішнього навантаження на частинку визначається багатьма факторами, серед яких основними вважають швидкість кочення стержня по абразиву, його діаметр, товщина шару абразиву, густина частинок в шарі та їх розмір, механічні характеристики матеріалу молоткового тіла. До цього слід віднести і вид абразиву – монолітний чи незакріплений. У стержневому млині частинки абразиву не закріплені. Розташування абразиву на металевій основі також впливає на динаміку взаємодії, рельєф, глибину ямок і спрацювання подрібнюючих тіл, які працюють в конкретних умовах.

Динамічний вплив абразивної частинки при коченні обумовлює прояв часткових особливостей руйнування металу, притаманних удару. Це стосується схильності до в'язкого чи крихкого руйнування, здатності до структурних змін, при деформуванні, змін початкових властивостей та ін.

Спрацювання при коченні по абразиву є різновидом ударно-абразивного спрацювання з усіма особливостями, притаманними зносу при ударі.

При подрібненні руди в стержневому млині на робочі поверхні неперервно надходять нові частинки вихідної руди. Відомо, що не закріплені на металевій основі частинки при ударі по ним стержня дробляться на більш дрібні, які мають меншу спрацьовуючу здатність порівняно з вихідними, більшими за розміром.

Одношарове розташування абразиву характеризується тим, що частинки абразиву знаходяться між двома металевими поверхнями – основи і стержня, твердість яких менше твердості абразиву. В момент удару окремі частинки укорінюються безпосередньо в основу і стержень. При цьому відбувається активне ураження поверхонь обох складових процесу.

Якщо абразив розташовується в кілька шарів з певними розмірами частинок, то інтенсивність спрацювання зменшується, оскільки удар пом'якшується з двох сторін. При незмінності інших факторів максимальне спрацювання відбувається при ударі стержня по шару абразиву, товщина якого сумірна з одиничною частинкою.

Отже, найбільше спрацювання стержнів при подрібненні руди буде при одношаровому розташуванні часток руди, а найменше – при багатошаровому. Цілком можливо допустити, що чим товщий шар руди, тим руйнування буде меншим.

З даних табл. 2 слідує, що в зоні подрібнення І створюються практично однакові ситуації з одно-

шаровим подрібненням, де спрацювання стержнів буде максимальним. У зоні подрібнення II спрацювання є дещо меншим. Найбільшим воно буде при найміцнішій руді. В зоні подрібнення III спрацювання буде набагато меншим навіть порівняно з перехідною зоною II, оскільки в зоні III вже відбувається багатошарове подрібнення з кількістю шарів практично від 2 до 5. Практично можливо зробити висновок, що при незмінній продуктивності млина легкоподрібнювана руда забезпечує найменше спрацювання стержнів, руда середньої міцності – середнє, а міцна руда – саме велике, забезпечуючи при цьому найбільшу крупність твердого в розвантаженні. З розглянутого видно, що стержні в процесі подрібнення руди з циліндричних перетворюються в конічні і з цим необхідно рахуватись.

**Висновки.** Таким чином, з розглянутого видно, що рух стержнів при роботі барабанного млина в каскадному режимі системно практично не досліджувався. Приведені основні параметри, характеристики і особливості стержневих барабанних млинів. Розглянуті реалізації способів подрібнення руди при каскадному режимі руху стержнів. Отримані моделі поперечних перерізів геометричних фігур з стержнів різних діаметрів, на базі яких встановлені кути природного ухилу стержнів. Вони не залежать від діаметра стержнів і дорівнюють для однорозмірних молоткових тіл  $60^\circ$ . Встановлено механізм розпушування стержнів в процесі руху вздовж прямої ділянки траєкторії, нахиленої під кутом, близьким до кута природного ухилу молоткових тіл. Розглянуті схеми руху стержнів відповідно моделі Д.К. Крюкова у каскадному режимі з номінальними для нього заниженими швидкостями обертання барабана. Виконано виробничі дослідження роботи стержневих млинів на трьох характерних за міцністю технологічних різнотипах руд з незмінною продуктивністю технологічного агрегату 190 т/год і різною середньозваженою крупністю руд, розглянута кінетика подрібнення такого матеріалу. Продемонстровано, що умовно можливо виокремити три зони інтенсивності подрібнення руди. Встановлено, що в першій зоні подрібнюється сама крупна руда, в другій – середня, а в третій сама дрібна. Показано, що в першій зоні відбувається одношарове подрібнення руди, у другій – в півтора-два з половиною шара, а в третій зоні двох-п'ятишарове подрібнення. Це впливає на інтенсивність подрібнення. Тому в процесі експлуатації циліндричні стержні перетворюються в конічні і з цим необхідно рахуватися. Мета дослідження досягнена.

**Список літератури:**

1. Підготовка корисних копалин до збагачення : монографія / М.І. Сокур та ін. Кременчук : ПП Щербатих О.В., 2017. 392 с. ISBN 978-617-639-139-5.
2. Кондратець В.О., Мацуй А.М., Сербул О.М. Математичне моделювання базових параметрів стерженового завантаження циліндричних млинів як керованих об'єктів. *Математичне моделювання*. 2023. № 2 (49). С. 76–85.
3. Кондратець В.О., Мацуй А.М., Сербул О.М. Удосконалення рудного живлення кульових млинів щодо ліквідації збурюючих впливів при подрібненні сировини : монографія. Кропивницький : Видавництво «КОД», 2024. 216 с. ISBN 978-617-653-089-3.
4. Кондратець В.О., Мацуй А.М. Сферична частинка твердого певного розміру як основа процесу моделювання розпушення гірських порід. *Математичне моделювання*. 2016. № 2 (33). С. 55–59.

**Kondratets V.O., Serbul O.M., Matsui A.M., Yarmolenko V.V. MATHEMATICAL MODELING OF THE ROD GRINDING LOAD OF A TUMBLING MILL IN THE CASCADE MODE OF ORE GRINDING**

*It has been established that the movement of rods during the operation of a tumbling mill in a cascade mode has not been studied systematically. The main parameters, characteristics and features of rod mills are presented. The modeling was carried out within the framework of the development of the topic “Optimization of the productivity of rod mills of the open cycle for ore and finished product with minimal energy and material overruns”, which is part of the scientific theme of the Central Ukrainian National Technical University. The topic of the article is relevant. The aim of the work is to mathematically model the rod grinding load of a tumbling mill in the cascade mode of ore grinding with the establishment of the location of the rods in cross-section, the regularities of their movement, the angles of natural slope, and the features of wear along the drum. The methods used were analysis, comparison, mathematical modelling, the theory of ore grinding in ball and rod mills, methods of the theory of metal body wear in interaction with a loose abrasive, and methods of ore grinding kinetics. The basis was a rod mill MSC-35-55, which is used at large-scale iron ore processing plants. This mill is most commonly used in cascade mode. For this and a similar mode of drum rotation, the arrangement of rods of optimal loading of three diameters of different sizes is considered. Implementations of methods of ore destruction during the cascade movement of the rods are considered. The models of cross-sections of geometric shapes made of rods of three diameters were obtained, which made it possible to determine the angles of their natural slope. The angles of natural slope of rods of the same diameter are equal to  $60^\circ$  and do not depend on this parameter. The mechanism of rod loosening in the process of moving along a straight section of the trajectory inclined at an angle close to the angle of natural grinding media slope was established. Production studies of rod mills have been carried out for grinding three ore types with different strength characteristics, different weighted average size and a constant ore productivity of 190 t/h. The kinetics of grinding of such material is considered. Three zones of ore grinding intensity were identified. In the first zone, the coarsest ore is crushed, in the second – medium, and in the third – the finest. In the first zone, the ore is crushed in a single layer, in the second – in one and a half to two and a half layers, and in the third zone, two to five layers are crushed. It has been shown that single-layer grinding will result in the most efficient destruction of ore pieces and the highest wear of the rods due to the greater forces applied by the rod at a specific point of interaction with the abrasive. If there is more than one layer of abrasive between the rod and the metal base when it rolls, the grinding effect and grinding media wear is reduced. These effects will be even less pronounced if there are a large number of abrasive layers. Therefore, in the process of grinding ore, cylindrical rods are converted into conical ones and this must be taken into account. The research objective has been achieved.*

**Key words:** rod grinding load, cascade mode, modeling, natural slope angle, loosening, taper of rods.